

2021 年高中毕业年级第二次质量预测

理科数学试题卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

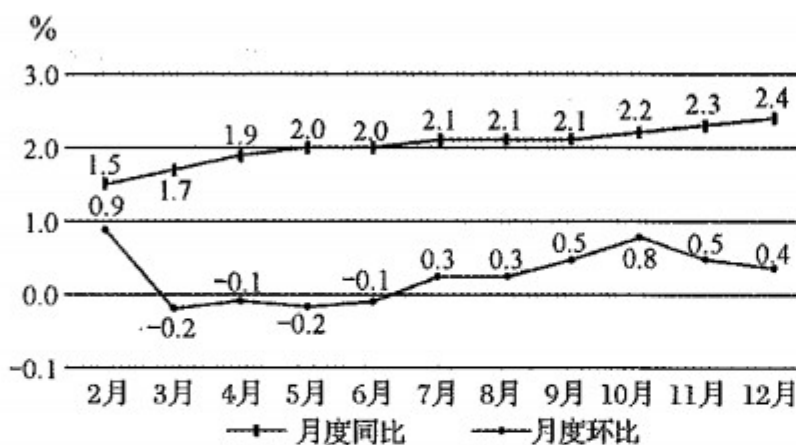
第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{x | 2 < x < 6\}$, $B = \{x | \log_2(x-1) < 2\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{x | 3 < x < 5\}$ B. $\{x | 2 < x < 5\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{3, 4, 5\}$
2. 若复数 $\frac{a-i}{2+i}$ ($a \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位) 是纯虚数, 则实数 a 的值为
 A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

3. 下图是某统计部门网站发布的《某市 2020 年 2~12 月国民经济和社会发展统计公报》中居民消费价格指数(CPI)月度涨跌幅度折线图(注:同比是今年第 n 个月与去年第 n 个月之比,环比是现在的统计周期和上一个统计周期之比)

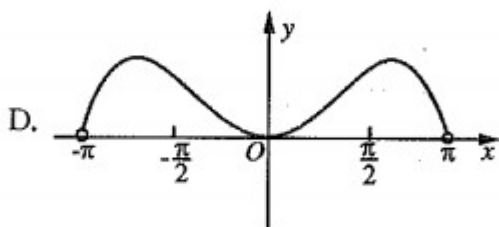
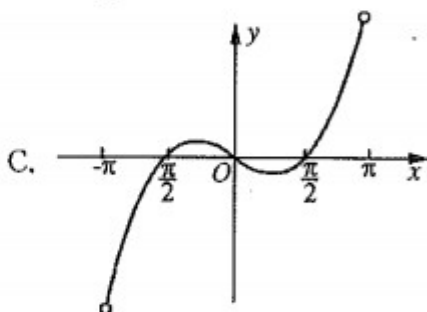
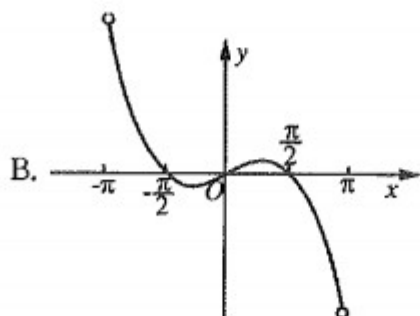
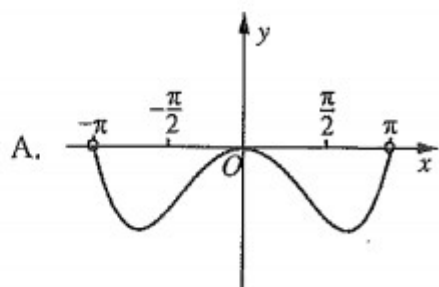
2020 年居民消费价格月度涨跌幅度



下列说法错误的是

- ① 2020 年 9 月 CPI 环比上升 0.5%, 同比上涨 2.1%
 - ② 2020 年 9 月 CPI 环比上升 0.2%, 同比无变化
 - ③ 2020 年 3 月 CPI 环比下降 1.1%, 同比上涨 0.2%
 - ④ 2020 年 3 月 CPI 环比下降 0.2%, 同比上涨 1.7%
- A. ①③ B. ①④ C. ②④ D. ②③

4. 函数 $f(x) = \sin x \ln \frac{\pi-x}{\pi+x}$ 在 $(-\pi, \pi)$ 的图象大致为



5. S_n 是公比不为 1 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, S_9 是 S_3 和 S_6 的等差中项, 则 $\frac{S_{12}}{S_6} =$

A. $\frac{5}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{3}{2}$

6. 已知 x, y 满足 $\begin{cases} x+y-2 \geq 0, \\ x+2y-3 \leq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=2x+4y$ 的取值范围是

A. $[0, 4]$

B. $[4, 6]$

C. $[0, 6]$

D. $[6, 8]$

7. 已知实数 a, b, c 满足 $\ln a = e^b = \frac{1}{c}$, 则下列不等式中不可能成立的是

A. $a > b > c$

B. $a > c > b$

C. $c > a > b$

D. $c > b > a$

8. 关于函数 $f(x) = |\sin(2x - \frac{\pi}{3}) + \cos(2x - \frac{\pi}{2})|$, 下列判断正确的是

A. $f(x)$ 的值域为 $[0, \sqrt{2}]$

B. $f(x)$ 是以 π 为最小正周期的周期函数

C. $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上有两个零点

D. $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$ 上单调递减

9. 元宵节是中国传统佳节, 放烟花、吃汤圆、观花灯是常见的元宵活动. 某社区计划举办元宵节猜灯谜活动, 准备在 3 个不同的地方悬挂 5 盏不同的花灯, 其中 2 盏是人物灯. 现要求这 3 个地方都有灯 (同一地方的花灯不考虑位置的差别), 且人物灯不能挂在同一个地方, 则不同的悬挂方法种数有

A. 114

B. 92

C. 72

D. 42

10. 已知函数 $f(x) = 2x^4 + e^x + e^{-x} - 1$, 若不等式 $f(1+ax) < f(2+x^2)$ 对任意 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是

A. $(-2\sqrt{3}, 2)$

B. $(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$

C. $(-2, 2\sqrt{3})$

D. $(-2, 2)$

11. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的各个顶点都在球 O 的表面上, $PA \perp$ 底面 ABC , $AB \perp AC$, $AB=6$, $AC=8$, D 是线段 AB 上一点, 且 $AD=5DB$. 过点 D 作球 O 的截面, 若所得截面圆

面积的最大值与最小值之差为 28π , 则球 O 的表面积为

A. 128π

B. 132π

C. 144π

D. 156π

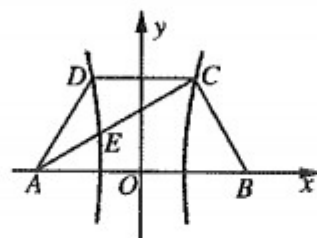
12. 已知梯形 $ABCD$ 中, 以 AB 中点 O 为坐标原点建立如图所示的平面直角坐标系. $|AB|=2|CD|$, 点 E 在线段 AC 上, 且 $\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EC}$. 若以 A, B 为焦点的双曲线过 C, D, E 三点, 则该双曲线的离心率为

A. $\sqrt{10}$

B. $\sqrt{7}$

C. $\sqrt{6}$

D. $\sqrt{2}$



第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 函数 $f(x)=\ln(x+1)+x^2e^x$ 的图象在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为_____.

14. 已知向量 a 与 b 的夹角为 60° , $|a|=3$, $|b|=6$, 则 $2a-b$ 在 b 方向上的投影为_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\angle ABC=90^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D . 若 $a+4c$ 的最小值为 9, 则 $BD=$ _____.

16. 已知 $a>0$, 不等式 $(x+1)^{1-a}e^{x+1}-a\ln(x+1)\geq 0$ 对任意的 $x\in(0, +\infty)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, S_n=\frac{(n+1)a_n}{2}$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

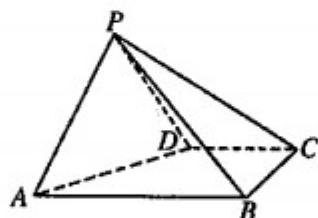
(II) 若 $b_n=(-1)^{n+1}\frac{2a_n+1}{a_na_{n+1}}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_{2021} .

18. (本小题满分 12 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AP=PD=DC=CB=1, AB=2$, $\angle APD=\angle DCB=\angle CBA=90^\circ$, 平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$.

(I) 求证: $PB=PC$;

(II) 求直线 PA 与平面 PCD 所成角的正弦值.



19. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 左顶点为 A , 点 $D(1, \frac{3}{2})$

是椭圆 C 上一点, 离心率为 $\frac{1}{2}$.

(I)求椭圆 C 的方程;

(II)若直线 l 过椭圆右焦点 F_2 且与椭圆交于 P, Q 两点,直线 AP, AQ 与直线 $x=4$ 分别交于点 M, N .

(I)求证: M, N 两点的纵坐标之积为定值;

(II)求 $\triangle AMN$ 面积的最小值.

20. (本小题满分 12 分)

已知某生产线的生产设备在正常运行的情况下,生产的零件尺寸 X (单位: mm) 服从正态分布 $N(280, 25)$.

(I)从该生产线生产的零件中随机抽取 10 个,求至少有一个尺寸小于 265mm 的概率;

(II)为了保证生产线正常运行,需要对生产设备进行维护,包括日常维护和故障维修,假设该生产设备使用期限为四年,每一年为一个维护周期,每个周期内日常维护费为 5000 元,若生产设备能连续运行,则不会产生故障维修费;若生产设备不能连续运行,则除了日常维护费外,还会产生一次故障维修费. 已知故障维修费第一次为 2000 元,此后每增加一次则故障维修费增加 2000 元. 假设每个维护周期互相独立,每个周期内设备不能连续运行的概率为 $\frac{1}{4}$, 求该生产设备运行的四年内生产维护费用总和 Y 的分布列与数学期望.

参考数据: 若 $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < Z < \mu + \sigma) = 0.6827$, $P(\mu - 2\sigma < Z < \mu + 2\sigma) = 0.9545$, $P(\mu - 3\sigma < Z < \mu + 3\sigma) = 0.9974$, $0.9987^{10} \approx 0.9871$.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = xe^x - a \ln x - e$.

(I)当 $a = 2e$ 时,不等式 $f(x) \geq mx - m$ 在 $[1, +\infty)$ 上恒成立,求实数 m 的取值范围;

(II)若 $a > 0$, $f(x)$ 最小值为 $g(a)$,求 $g(a)$ 的最大值以及此时 a 的值.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 在答题卷上将所选题号涂黑,如果多做,则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = 5 + t \sin \alpha, \end{cases}$ (t 是参数, $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2})$).

以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程是 $\rho = 4\sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) - 2 \cos \theta$.

(I)写出曲线 C_2 的直角坐标方程;

(II)若曲线 C_1 与 C_2 有且仅有一个公共点,求 $\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha$ 的值.

23. (本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x) = |2x - 4| + |x + a|$ ($a > 0$).

(I)若 $a = 1$,求不等式 $f(x) \geq 5$ 的解集;

(II)若 $f(x) \geq a^2 - 2a + 4$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

2020-2021 郑州市第二次质量预测理科数学评分参考

一、选择题

BCDAA BDCAD BB

二、填空题

13. $y = x$; 14. -3; 15. $\sqrt{2}$; 16. $(0, e]$.

三、解答题

17. 解: (1) 由题意 $S_n = \frac{(n+1)a_n}{2}$, $S_{n-1} = \frac{na_{n-1}}{2}$ ($n \geq 2$), 两式相减得,2分

$$a_n = \frac{(n+1)a_n}{2} - \frac{na_{n-1}}{2} \quad (n \geq 2), \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

即 $(n-1)a_n = na_{n-1}$, $\frac{a_n}{n} = \frac{a_{n-1}}{n-1} = \dots = \frac{a_1}{1} = 1$, 所以 $a_n = n$6分

$$(2) b_n = (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} = (-1)^{n+1} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right), \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\begin{aligned} T_{2021} &= \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \dots - \left(\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021}\right) + \left(\frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}\right) \\ &= 1 + \frac{1}{2022} = \frac{2023}{2022}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{分} \end{aligned}$$

18. 解: (1) 设 AD 、 BC 的中点分别为 O 、 E , 连接 PO 、 OE 、 EP , 则 OE 为直角梯形 $ABCD$ 的中位线, 故 $BC \perp OE$2分

又平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $PAD \cap$ 平面 $ABCD = AD$, $PO \perp AD$, 所以 $PO \perp$ 平面 $ABCD$, $PO \perp BC$, 又 $PO \cap OE = O$, 所以 $BC \perp$ 平面 PEO ,4分

又 $PE \subset$ 平面 PEO , 故 $BC \perp PE$, 又 E 为 BC 中点, 所以 $PB = PC$ 5分

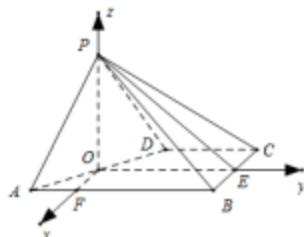
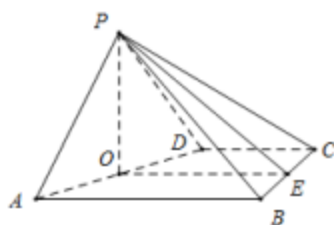
(2) 在 AB 上取一点 F , 使得 $AB = 4AF$, 则 OF , OE , OP 两两垂直, 以 O 为原点,

射线 OF , OE , OP 分别为 x 轴, y 轴, z 轴建立空间直角坐标系, $P(0, 0, \frac{\sqrt{2}}{2})$

$$A(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0), \quad C(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 0), \quad D(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0), \quad \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\text{从而: } \overrightarrow{PA} = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), \overrightarrow{PC} = (-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), \overrightarrow{DC} = (0, 1, 0), \quad 8 \text{分}$$

设平面 PCD 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$,



$$\text{由} \begin{cases} -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y - \frac{\sqrt{2}}{2}z = 0, \\ y = 0 \end{cases} \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$\text{可取 } \vec{n} = (\sqrt{2}, 0, -1), \cos \langle \overrightarrow{PA}, \vec{n} \rangle = \frac{\overrightarrow{PA} \cdot \vec{n}}{|\overrightarrow{PA}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{故直线 } PB \text{ 与平面 } PCD \text{ 夹角的正弦值为 } \frac{\sqrt{6}}{3}. \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

$$19 \text{ 解: (1) 由题意知, } \begin{cases} e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{a^2} + \frac{9}{4b^2} = 1, \text{ 解得 } a^2 = 4, b^2 = 3, \\ a^2 - b^2 = c^2, \end{cases} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\text{椭圆 } C \text{ 的方程为 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$(2) \text{ 显然直线 } l \text{ 斜率不为 } 0, \text{ 设直线 } l \text{ 方程为 } x = my + 1, \text{ 与 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \text{ 联立得:}$$

$$(3m^2 + 4)y^2 + 6my - 9 = 0, \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

$$\text{设 } P, Q \text{ 点坐标为 } (x_1, y_1), (x_2, y_2), \text{ 则 } y_1 + y_2 = \frac{-6m}{3m^2 + 4}, y_1 y_2 = \frac{-9}{3m^2 + 4},$$

$$\text{直线 } AP \text{ 的方程为 } y = \frac{y_1}{x_1 + 2}(x + 2), \text{ 令 } x = 4, \text{ 得 } y_M = \frac{6y_1}{x_1 + 2}, \text{ 同理 } y_N = \frac{6y_2}{x_2 + 2},$$

$$\begin{aligned} y_M y_N &= \frac{36y_1 y_2}{(x_1 + 2)(x_2 + 2)} = \frac{36y_1 y_2}{(my_1 + 3)(my_2 + 3)} = \frac{36y_1 y_2}{m^2 y_1 y_2 + 3m(y_1 + y_2) + 9} \\ &= \frac{36 \frac{-9}{3m^2 + 4}}{m^2 \frac{-9}{3m^2 + 4} + 3m \frac{-6m}{3m^2 + 4} + 9} = -9. \dots\dots\dots 9 \text{分} \end{aligned}$$

$$(3) S_{\triangle MN} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot |y_M - y_N| = 3 \left| y_M + \frac{9}{y_M} \right| \geq 3 \cdot 2 \sqrt{y_M \cdot \frac{9}{y_M}} = 18.$$

$$\text{当且仅当 } y_M = 3, y_N = -3 \text{ 或 } y_M = -3, y_N = 3 \text{ 时等号成立.} \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

$$20. (1) X \text{ 服从正态分布 } N(280, 25), \text{ 所以 } P(X < 265) = \frac{1 - 0.9974}{2} = 0.0013, \dots 2 \text{分}$$

$$P(X \geq 265) = 1 - 0.0013 = 0.9987. \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

至少一个零件尺寸小于 265 的概率为 $1 - (0.9987)^{10} = 1 - 0.9871 = 0.0129. \dots\dots\dots 5 \text{分}$

(2) 四年内正常维护费为 $5000 \times 4 = 20000$ 元, $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

故障维修费第一次 2000 元, 第二次 4000 元, 第三次 6000 元, 第四次 8000 元,

所以四年内生产维护费用总和 Y 的可能取值为 20000、22000、26000、32000、40000,

$$\text{则 } P(Y = 20000) = C_4^0 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}, \quad P(Y = 22000) = C_4^1 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64},$$

$$P(Y = 26000) = C_4^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{27}{128}, \quad P(Y = 32000) = C_4^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{64},$$

$$P(Y = 40000) = \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}, \quad \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

则 Y 的分布列为:

Y	20000	22000	26000	32000	40000
P	$\frac{81}{256}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{128}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{1}{256}$

$$\begin{aligned} \text{故 } E(Y) &= 2000 \times \frac{81}{256} + 22000 \times \frac{27}{64} + 26000 \times \frac{27}{128} + 32000 \times \frac{3}{64} + 40000 \times \frac{1}{256} \\ &= 22750. \quad \dots\dots\dots 12 \text{分} \end{aligned}$$

21. (1) 当 $a = 2e$, 不等式 $f(x) \geq mx - m$ 即为 $xe^x - 2e \ln x - e \geq mx - m$, $\dots\dots\dots 2 \text{分}$

令 $F(x) = xe^x - 2e \ln x - e - m(x-1), x \in [1, +\infty)$

$$F'(x) = (x+1)e^x - \frac{2e}{x} - m, F'(x) \text{ 在 } [1, +\infty) \text{ 上单调递增, } F'(1) = -m, \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

当 $m \leq 0$ 时, $F'(1) \geq 0, F'(x) \geq F'(1) \geq 0, F(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增, $F(x) \geq F(1) \geq 0$.

当 $m > 0$ 时, $F'(1) < 0$, 当 $x \rightarrow +\infty, F'(x) \rightarrow +\infty$, 所以存在 $x^* \in (1, +\infty), F'(x^*) = 0$,

当 $x \in (1, x^*), F'(x) < 0, F(x)$ 单调递减, $F(x) < F(1) = 0$. 不符合题意.

综上, $m \leq 0. \quad \dots\dots\dots 6 \text{分}$

(2) $f(x) = xe^x - a \ln x - e, f'(x) = (x+1)e^x - \frac{a}{x}, f'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

当 $x \rightarrow 0, f'(x) \rightarrow -\infty, x \rightarrow +\infty, f'(x) \rightarrow +\infty$, 所以存在唯一的正数 $x_0 \in (0, +\infty)$,

$$f'(x_0) = 0, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

当 $x \in (0, x_0), f'(x) < 0, f(x)$ 单调递减, 当 $x \in (x_0, +\infty), f'(x) > 0, f(x)$ 单调递增,

$$f(x)_{\min} = f(x_0) = x_0 e^{x_0} - a \ln x_0 - e = x_0 e^{x_0} - x_0 (x_0 + 1) e^{x_0} \ln x_0 - e, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{令 } h(x) = x e^x - x(x+1) e^x \ln x - e, x \in (0, +\infty)$$

$$h'(x) = (x+1) e^x - e^x [(x^2 + 3x + 1) \ln x + x + 1] = -e^x (x^2 + 3x + 1) \ln x, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

所以 $h(1) = 0$, 且当 $x \in (0, 1), h'(x) > 0, h(x)$ 单调递增, 当 $x \in (1, +\infty), h'(x) < 0, h(x)$

单调递减, $h(x)_{\max} = h(1) = 0$, 此时 $x_0 = 1, a = 2e$ 12 分

$$22. (I) \rho = 4\sqrt{2} \left(\sin \theta \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos \theta \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) - 2 \cos \theta = 4 \sin \theta + 2 \cos \theta, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\rho^2 = 4\rho \sin \theta + 2\rho \cos \theta, \therefore x^2 + y^2 = 4y + 2x, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{圆 } C_2 \text{ 的直角坐标方程是 } x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(II) 因为曲线 C_1 与 C_2 有且仅有一个公共点, 说明直线 $y = \tan \alpha \cdot x + 5$ 与圆 C_2 相切, C_2

$$\text{圆心为 } (1, 2), \text{ 半径为 } \sqrt{5}, \text{ 则 } \frac{|\tan \alpha + 3|}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \sqrt{5}, \text{ 解得 } \tan \alpha = 2 \text{ 或 } \tan \alpha = -\frac{1}{2} \text{ (舍}$$

去),8 分

$$\text{所以 } \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{\tan^2 \alpha - \tan \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{2}{5}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$23. (I) \text{ 由题意得: } f(x) = |2x-4| + |x+1| = \begin{cases} 3x-3, & x \geq 2 \\ -x+5, & -1 \leq x < 2 \\ -3x+3, & x < -1 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{①当 } x \geq 2 \text{ 时, 由 } 3x-3 \geq 5 \text{ 得: } x \geq \frac{8}{3}, \therefore x \geq \frac{8}{3};$$

$$\text{②当 } -1 \leq x < 2 \text{ 时, 由 } -x+5 \geq 5 \text{ 得: } x \leq 0, \therefore -1 \leq x \leq 0;$$

$$\text{③当 } x < -1 \text{ 时, 由 } -3x+2 \geq 5 \text{ 得: } x \leq -1, \therefore x \leq -1; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{综上所述: 不等式 } f(x) \geq 5 \text{ 的解集为 } (-\infty, 0] \cup \left[\frac{8}{3}, +\infty \right). \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(II) $f(x) \geq a^2 - 2a + 4$ 恒成立等价于 $f(x)_{\min} \geq a^2 - 2a + 4$,6分

$$\because f(x) = |2x-4| + |x+a| = |x-2| + |x-2| + |x+a|$$

$$\geq |x-2| + |x+a| \geq |(x+a) - (x-2)| = a+2, \text{ 等号成立条件是 } x=2, \text{8分}$$

$$\therefore f(x)_{\min} = a+2, \therefore a+2 \geq a^2 - 2a + 4, \text{ 解得: } 1 \leq a \leq 2,$$

$\therefore$ 实数 a 的取值范围为 $[1, 2]$ 10分